

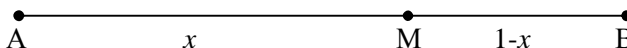
Ο Χρυσός Λόγος - ένας «μαγικός» αριθμός!



Ο μεγάλος γάλλος μαθηματικός Henri Poincaré κάποτε είπε: « *Ο επιστήμονας δεν μελετά τη φύση επειδή είναι χρήσιμο, αλλά επειδή αυτό τον ευχαριστεί. Και τον ευχαριστεί επειδή η φύση είναι όμορφη. Εάν η φύση δεν ήταν όμορφη, τότε δεν θα άξιζε τον κόπο να την γνωρίσουμε. Και εάν δεν άξιζε τον κόπο να την γνωρίσουμε, τότε δεν θα άξιζε να ζούμε*». Και το ερώτημα που προκύπτει αμέσως είναι το εξής: ποια ομορφιά βλέπει στη φύση ένας μαθηματικός;

Όλα ξεκίνησαν από τους Πυθαγόρειους όταν ανακάλυψαν έναν «μαγικό» αριθμό που έμελλε να γίνει ο πιο συναρπαστικός αριθμός στην ιστορία των μαθηματικών. Αναρωτήθηκαν λοιπόν, πως θα πρέπει να χωρίσουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB σε δυο μέρη, ώστε ο λόγος του ευθυγράμμου τμήματος AB προς το μεγαλύτερο τμήμα AM, να ισούται με το λόγο του τμήματος AM προς το μικρότερο τμήμα MB.

Δηλαδή να ισχύει $\frac{AB}{AM} = \frac{AM}{MB}$.



Αν για λόγους απλότητας υποθέσουμε ότι το ευθύγραμμο τμήμα AB έχει μήκος 1 μονάδα και θέσουμε $AM=x$, τότε είναι φανερό ότι για να υπολογίσουμε το μήκος x , αρκεί να λύσουμε την εξίσωση:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x} \quad \text{ή} \quad x^2 + x - 1 = 0$$

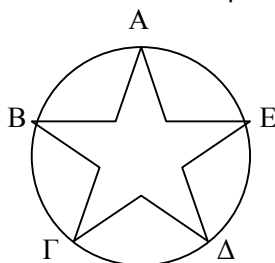
Λύνοντας τη δευτεροβάθμια αυτή εξίσωση βρίσκουμε ότι $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$, οπότε ο

λόγος $\frac{AB}{AM}$ θα ισούται με $\frac{1}{x} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$; 1,61803... ο οποίος ονομάζεται «Χρυσός

Λόγος» και συμβολίζεται με ϕ προς τιμήν του αρχαίου Έλληνα γλύπτη Φειδία.

Ο Χρυσός Λόγος ϕ έχει απασχολήσει και εμπνεύσει κάποια από τα μεγαλύτερα μαθηματικά μυαλά όλων των εποχών, αλλά όχι μόνο! Βιολόγοι, ζωγράφοι, γλύπτες, μουσικοί, αρχιτέκτονες αλλά και ψυχολόγοι έχουν προσπαθήσει να κατανοήσουν τη γοητεία και την πανταχού παρουσία του Χρυσού Λόγου στη φύση. Γιατί τότε φασαρία όμως; Η απάντηση είναι απλή: ο αριθμός αυτός εμφανίζεται με έναν πολύ μυστηριώδη τρόπο, σχεδόν ανεξήγητα, εκεί που κανείς δεν τον περιμένει!

Πάρτε για παράδειγμα το πεντάκτινο αστέρι, το μυστικό σήμα της σχολής των Πυθαγορείων:



⋮



Παίρνοντας ένα από τα 5 ισοσκελή τρίγωνα που δημιουργούν τις γωνίες του και διαιρώντας τη μεγαλύτερη πλευρά του προς τη βάση του, ο λόγος που προκύπτει ισούται με $\phi=1,618...$

Ας πάρουμε ένα παράδειγμα από τη ζωολογία! Εξετάζοντας πόσα ζευγάρια κουνέλια μπορούν να γεννηθούν ξεκινώντας από ένα μόνο ζευγάρι που μπορεί να αναπαραχθεί και να δώσει ένα νέο ζεύγος κάθε μήνα, παρατηρούμε ότι ο αριθμός των ζευγαριών ακολουθεί την εξής σειρά:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

στην οποία κάθε αριθμός προκύπτει αν προσθέσουμε τους δυο προηγούμενους και ονομάζεται ακολουθία Fibonacci, προς τιμήν του ιταλού μαθηματικού Leonardo Fibonacci που την ανακάλυψε. Αν σε αυτή την ακολουθία υπολογίσετε το λόγο κάθε αριθμού δια τον προηγούμενο του, τι παρατηρείτε;

$$\frac{2}{1}=2 \quad \frac{3}{2}=1.5 \quad \frac{5}{3}=1.666... \quad \frac{8}{5}=1.6 \quad \frac{13}{8}=1.625 \quad \frac{21}{13}=1.615... \quad \frac{34}{21}=1.619...$$

Οι λόγοι πλησιάζουν όλο και περισσότερο τον Χρυσό λόγο! Μάλιστα αν συνεχίσουμε να διαιρούμε δυο διαδοχικούς αριθμούς Fibonacci, τόσο καλύτερη προσέγγιση του ϕ θα επιτυγχάνεται.

Συνεχίζοντας, ας δούμε την φυλλοταξία ενός τριαντάφυλλου, ενός ηλιάνθου ή ενός κουκουναριού. Τα πέταλα ενός τριαντάφυλλου ή οι σπόροι ενός ηλιάνθου θα έχετε παρατηρήσει ότι διατάσσονται σε σπειροειδή μορφή. Αν τεμαχίσετε το άνθος θα παρατηρήσετε ότι η πρώτη σειρά αποτελείται από 2 πέταλα, η επόμενη από 3, η επόμενη από 5, η επόμενη από 8 κ.ο.κ. Δηλαδή, βλέπουμε ότι διατάσσονται σύμφωνα με τους αριθμούς Fibonacci! Δεν παρατηρούμε όμως μόνο στα φυτά αυτού του είδους την «κανονικότητα» αλλά και σε πάρα πολλές σπειροειδής μορφές στη φύση, όπως για παράδειγμα στο ναυτίλο (κοχύλι), στο σχήμα των σπειροειδών γαλαξιών, στα κέρατα των κριαριών και γενικά σε μορφές που ακολουθούν τη λεγόμενη «λογαριθμική σπείρα» η οποία πρώτα μελετήθηκε από τον Αρχιμήδη και αποδεδειγμένα συνδέεται με τον Χρυσό Λόγο.

Ακόμα, υπάρχουν πολλοί που συνδέουν τον Χρυσό Λόγο με τη γεωμετρία του ανθρώπινου σώματος. Σύμφωνα με έρευνες, αν υπολογίσουμε τον λόγο του μήκους του χεριού από την άκρη των δακτύλων έως τον αγκώνα δια το μήκος από τον αγκώνα έως τον ώμο, τότε ο αριθμός που θα βρούμε, πλησιάζει τον Χρυσό Λόγο ϕ . Τέτοιες συμμετρίες έχουν ανακαλυφθεί και στο πόδι, στο πρόσωπο κ.λ.π. και πολλοί ισχυρίζονται ότι όσο οι σχετικοί λόγοι είναι κοντά στο ϕ , τόσο πιο καλλίγραμμα σώμα διαθέτουμε! Είναι τελικά και η ομορφιά θέμα γεωμετρίας;

Πάντως, είναι ευρέως διαδεδομένη η άποψη ότι ο Χρυσός Λόγος σχετίζεται με την ανθρώπινη αντίληψη της καλαισθησίας. Πολλοί ψυχολόγοι έχουν διενεργήσει πειράματα που συντείνουν στο ότι σχήματα με διαστάσεις που βασίζονται στο ϕ (όπως το Χρυσό Ορθογώνιο του οποίου ο λόγος του μήκους δια το πλάτος είναι ίσος με 1,618..), είναι πιο ευχάριστα στο ανθρώπινο μάτι από άλλα σχήματα που είχαν να επιλέξουν οι συμμετέχοντες στα πειράματα. Βέβαια, τέτοιες απόψεις ακόμη ελέγχονται αλλά αυτό δεν σταμάτησε πολλούς ζωγράφους, γλύπτες, αρχιτέκτονες ή μουσικούς να δημιουργήσουν έργα εμπνευσμένα από τον Χρυσό Λόγο.

Ξεκινώντας από τον γλύπτη Φειδία, που φιλοτέχνησε με πολλά έργα του τον Παρθενώνα, λέγεται ότι χρησιμοποιούσε την Χρυσή Αναλογία στα γλυπτά του. Μεγάλοι ζωγράφοι όπως ο Άλμπρεχτ Ντίρερ, ο Λεονάρντο Ντα Βίντσι, ο Σαλβατόρ Νταλί κ.α. μαγεύτηκαν από τον Χρυσό Λόγο και φιλοτέχνησαν πίνακες με σαφείς ή έμμεσες αναφορές σε αυτόν. Για παράδειγμα, στον πίνακα του Νταλί «Θυσία του Μυστικού Δείπνου», οι διαστάσεις του βρίσκονται μεταξύ τους σε Χρυσή Αναλογία



και διάφορα σχέδια του Ντα Βίντσι περιλαμβάνουν πρόσωπα με τον Χρυσό Λόγο στις διαστάσεις τους ή λογαριθμικές σπείρες στα μαλλιά τους (λέγεται ότι το ορθογώνιο γύρω από το πρόσωπο της Μόνα Λίζα είναι Χρυσό Ορθογώνιο...). Η κατασκευή των γνωστών βιολιών Στραντιβάριους (από τον ιταλό Αντόνιο Στραντιβάρι) βασίζεται στον Χρυσό Λόγο αλλά και μεγάλοι συνθέτες όπως ο Κλώντ Ντεμπισί και ο Μπέλα Μπάρτοκ κατασκεύαζαν μελωδίες, αρμονίες και ρυθμούς με εφαρμογή του Χρυσού Λόγου.

Η λίστα με τις εμφανίσεις του Χρυσού Λόγου θα μπορούσε να είναι ατελείωτη και αν προσπαθούσαμε να δώσουμε μια εξήγηση θα άγγιζε τα όρια του μυστικισμού. Το ερώτημα που απασχολεί τους φιλοσόφους ανά τους αιώνες, για το αν τα μαθηματικά είναι ανθρώπινη εφεύρεση ή προϋπήρχαν και εμείς τα ανακαλύψαμε, φαίνεται απλό, αρκεί κάποιος να θαυμάσει το πώς ένας αριθμός είναι ο αγαπημένος της ίδιας της φύσης. Πάντως, ένα πράγμα είναι σίγουρο: στα μαθηματικά κρύβεται μια απaráμιλλη ομορφιά που τελικά αντικατοπτρίζει την ίδια τη φύση. Και αν δεν υπήρχε αυτή η ομορφιά, τότε δεν θα άξιζε να ζούμε.

.....